

相关扩散方程在图像修补中的应用

王利¹⁾ 陈允杰¹⁾ 汤杨¹⁾ 韦志辉¹⁾ 王平安²⁾ 夏德深¹⁾

¹⁾ (南京理工大学计算机科学与技术学院, 南京 210094) ²⁾ (香港中文大学计算机科学与工程学系, 香港)

摘要 图像修复是图像复原研究中的一个重要内容,可以用于旧照片中丢失信息的恢复、视频文字去除以及视频错误隐藏等。目前有很多图像修补算法对于灰度图像的修补已经取得了很好的修补效果,但存在着时间消耗大和应用到彩色图像修补中时修补效果不理想的缺点。将相关扩散方程引入到图像修补中,并进行改进,使得图像的修补效率和修补效果都得到了有效提高,而且可以很自然地应用到彩色图像修补中。大量的实验证明了该方法的有效性。

关键词 相关扩散方程 图像修补 结构张量 各向同性扩散 各向异性扩散

中图法分类号: TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2009)01-0071-06

Application of Coherence-enhancing Diffusion in the Image Inpainting

WANG Li¹⁾, CHEN Yun-jie¹⁾, TANG Yang¹⁾, WEI Zhi-hui¹⁾, Wang Ping-an²⁾, XIA De-shen¹⁾

¹⁾ (School of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094)

²⁾ (Department of Computer Science & Engineering, Chinese University of Hong Kong, Hong Kong)

Abstract Image inpainting is an important research field in the area of image restoration, which can be used to restore damaged images and videos, remove text and conceal errors in videos. Now many inpainting algorithms perform well in the gray image inpainting, but they are time consuming and not quite applicable to color images. This paper introduces coherence-enhancing diffusion into image inpainting, and adapts it to improve the efficiency and performance of inpainting. Moreover our method can extend for color image inpainting naturally. Many experimental results prove our method is effective.

Keywords coherence-enhancing diffusion, image inpainting, structure tensor, isotropic diffusion, anisotropic diffusion

1 引言

图像修补技术是一项古老的艺术,欧洲文艺复兴时期,为了恢复美术作品中丢失或被损坏的部分同时保持作品的整体效果,开始对中世纪的美术品进行修复,这些工作被称为 retouching(润饰)或者 inpainting(修补)。同样,该方法也可应用到数字图像修补中,这就是数字图像修补技术(digital inpaint-

ing)。从数学角度来看,图像修补就是根据待修补区域周围的信息将图像填充到待修补区域中,因此,图像修补属于图像恢复的研究领域。图像修补技术应用非常广泛,这种技术最早是由 Bertalmio 等人引入到图像处理中,主要思想是利用物理学中的热扩散方程将待修补区域周围的信息向待修补区域中扩散,包括 BSCB(Bertalmio-Sapiro-Caselles-Bellester)模型^[1],三阶最优 PDE^[2]等;受到 Bertalmio 等人工作的启发,Chan 等人提出了基于几何模型的变分修

基金项目:香港特区政府研究资助局研究项目(CUHK/4185/00E)

收稿日期:2007-05-08;改回日期:2007-07-02

第一作者简介:王利(1984~),男,现为南京理工大学计算机科学与技术学院博士研究生。主要研究方向为图像处理、模式识别、数值分析与算法。E-mail: wangli_china@yahoo.com.cn

补算法,将整体变分(TV)模型^[3]应用到图像修补中。但该算法在图像的平坦区域容易引起阶梯效应,且运算量较大。文献[4]~[6]对TV模型进行了一些改进,但改进效果并不明显。针对TV模型的缺点,Chan和Shen提出基于曲率扩散的CDD修补模型^[7],能对较大破损区域进行修补,但是造成了一定程度的模糊。

以上这些方法在修补某一类图像时都能取得较好的效果,但为了保证修补质量,修补一幅图要用3~4分钟才能完成,修补效率较低;应用到彩色图像修补中时,只是简单地对3个通道分别处理,容易造成3个通道的扩散方向不一致,容易产生虚假边缘、伪结构,导致修补效果不理想,这就限制了它们推广和应用。针对以上缺点,将用于指纹增强的相关扩散方程引入到图像修补中,并进行改进,成功应用到灰度图像和彩色图像修补中,提高了图像修补效率和修补效果。

2 相关扩散方程

利用散度形式的相关扩散方程^[8]最早是由德国科学家Weickert提出的,主要应用在指纹图像的增强中,主要思想是把扩散限制在沿纹路变化的方向上进行,可以很好地连接指纹图像的断裂处,受此启发,本文将相关扩散方程应用到图像修补中。文献[8]采用线性结构张量来估计纹路变化的方向,存在一个尺度选择问题,本文采用了非线性结构张量来准确估计图像的方向信息,不存在尺度选择问题。定义结构张量:

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} = \nabla \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}^T = \begin{bmatrix} u_x^2 & u_x u_y \\ u_x u_y & u_y^2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

采用式(2)对 \mathbf{J} 的4个通道分别进行非线性处理, ψ 是递减函数,一般取 $p=1$ 。

$$\frac{\partial \mathbf{J}_{ij}}{\partial t} = \operatorname{div}(\psi(\sum_{k,l=1}^2 \nabla J_{k,l}^T \nabla J_{k,l}) \nabla \mathbf{J}_{i,j}) \quad (2)$$

$$\psi(|\nabla \mathbf{u}|^2) = \frac{1}{|\nabla \mathbf{u}|^p} \quad (3)$$

对得到的非线性结构张量进行分解得到法线方向上的特征值为 λ_1 和切线方向上的特征值为 λ_2 ,相应的特征向量 $\boldsymbol{\mu}_1$ 、 $\boldsymbol{\mu}_2$ 。文献[8]中根据 λ_1 和 λ_2

的大小重新定义 λ'_1, λ'_2 :

$$\lambda'_1 = \alpha \quad (4)$$

$$\lambda'_2 = \begin{cases} \alpha & \lambda_1 = \lambda_2 \\ \alpha + (1 - \alpha) \exp(-C/(\lambda_1 - \lambda_2)^2) & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

式中, α, C 均为常数。构造扩散矩阵

$$\mathbf{D} = \lambda'_1 \boldsymbol{\mu}_1 \boldsymbol{\mu}_1^T + \lambda'_2 \boldsymbol{\mu}_2 \boldsymbol{\mu}_2^T \quad (6)$$

下式即是相关扩散方程:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \operatorname{div}(\mathbf{D} \nabla \mathbf{u}) \quad (7)$$

3 改进的相关扩散方程

针对图像修补的特点,为了保证沿着等灰度线的方向扩散,一般要求 α 是一个很小的值,直接导致修补的速度非常缓慢。将修补区域看成区域内部和边缘两部分,如图1所示。

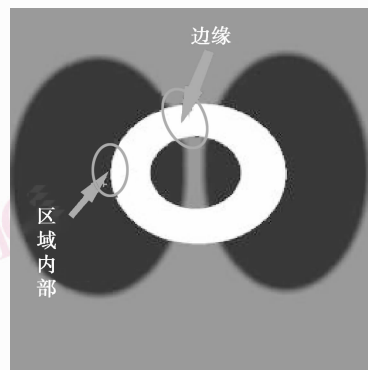


图1 区域内部和边缘示意图
Fig. 1 Region interior and edge

在区域内部的时候, $\lambda'_1 = \lambda'_2$,尽管是各向同性扩散,但由于 α 比较小,所以在区域内部的地方扩散修补的效率不高;若增大 α ,则保证不了扩散的方向沿着等灰度线的方向扩散。针对以上问题,进行改进,定义:

$$\alpha = \exp\left(-\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{C_1}\right) \quad (8)$$

式中, C_1 是常数。这样在区域内部的时候,由于

$\lambda_1 \approx \lambda_2 \approx 0, \alpha \approx 1$ 即 $\lambda'_1 = \lambda'_2 \approx 1$, 扩散修补是各向同性且效率较高; 在边缘处, $\lambda_1 \gg \lambda_2 \approx 0, \alpha \approx 0$ 即 $\lambda'_1 \approx 0, \lambda'_2 \approx 1$, 扩散修补是各向异性且严格地沿着等灰度线的方向扩散。这样, 既保证了图像的扩散沿着等水平线的方向扩散又提高了修补效率。

4 实验结果与分析

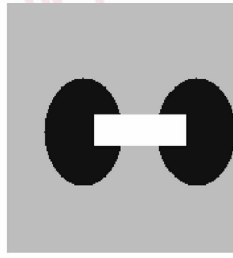
由于 BSCB 方法是最早提出的修补方法, 作为一典型的基于偏微分方程 (PDE) 的修补算法,

已经在图像修补领域取得了广泛应用, 为了说明本文方法的有效性, 着重和 BSCB 方法进行比较。

图 2 是基于改进后的相关扩散方程进行图像修补的几个效果图, 定义图 2 (a)、(b)、(c) 中的白色区域为待修补区域, 分别是直线型、曲线型、线条纹理类型的待修补区域, 采用式 (7) 进行图像修补, 图 2 (d)、(e)、(f) 分别是修补后的效果图, 消耗时间分别为 13.11 s、25.85 s、12.87 s (所有实验的环境都在 Matlab6.5 下进行)。从图中可以看出采用改进的相关扩散方程可以很



(a) 直线型



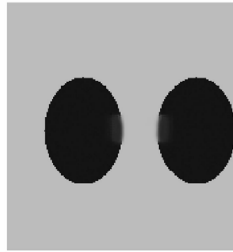
(b) 曲线型



(c) 线条纹理



(d) 直线型修补效果



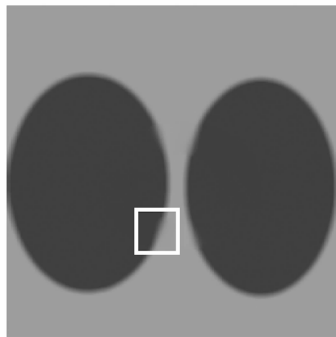
(e) 曲线型修补效果图



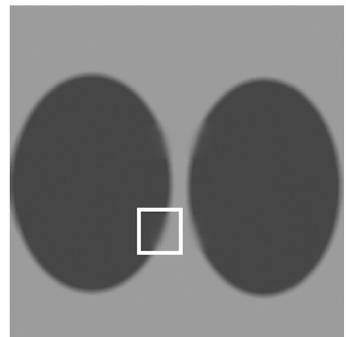
(f) 纹理修补效果图



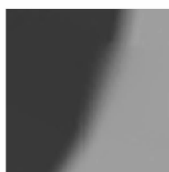
(g) 待修补图像



(h) BSCB结果



(i) 本文结果



(j) 图(h)的局部放大图



(k) 图(i)的局部放大图

图 2 模拟图像修补效果图

Fig. 2 Restoration of some synthetic examples

好地进行图像修补且修补效率较高。图 2(g) 是文献[1]中实验图像,图 2(h)是 BSCB 的修补结果,消耗时间大约是 420 s,即使采用多分辨率的数值解法也要 120 s;图 2(i)是本文方法结果,由于式(8)的作用,修补的效率得到了提高,消耗时间为 57.72 s,而且从局部放大图 2(j)、(k)可以看到 BSCB 方法将本来是弯曲的弧线修补成了直线,本文方法则较好地保持了弧线的形状,更符

合人类视觉效果且效率较高。本文做了大量灰度图像修补实验,对于大小为 10×10 的待修补区域平均耗时为 0.8 s。

图 3 是旧照片修补效果图,图 3(a)是带有划痕的旧照片,图 3(b)是 BSCB 方法得到的结果,迭代步数达到 3 000 步,图 3(c)是本文方法得到的结果,仅迭代了 100 步,提高了时间效率。



图 3 去除划痕效果图

Fig. 3 Restoration of old photograph with scratches

将改进的相关扩散方程推广到彩色图像修补中。由于 BSCB 方法和其他的一些经典算法只是简单地对 3 个通道分别处理,容易造成 3 个通道的扩散方向不一致,容易产生虚假边缘、伪结构,导致修补效果不理想。为此采用 Di Zenzo 矩阵^[9]定义结构张量:

$$J = \begin{bmatrix} R_x^2 + G_x^2 + B_x^2 & R_x R_y + G_x G_y + B_x B_y \\ R_x R_y + G_x G_y + B_x B_y & R_y^2 + G_y^2 + B_y^2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

其他的保持不变,这样,由于综合考虑了彩色图像的 R、G、B 3 个通道的信息,可以很好地估计图像的边缘走向,保证了 3 个通道扩散方向的一致性。图 4 是将 BSCB 方法和本文方法进行比较示意图,比较图 4 两种方法分别迭代 3 000 步、300 步时修补效果图中的红圈部分,由于 BSCB 方法只是简单地对 3 个通道分别处理,可以看出在边缘处 BSCB 方法产生了虚假边缘,修补效果不理想,而本文的方法由于综合考虑了 3 个通道的信息,较准确地沿着边缘的方向扩散,准确性较高,修补效果较理想。图 5(a)是文献[1]中去除文字的实验图像,图 5(b)是本文方法得到的效果图,和文献[1]中 BSCB 结果比较,图 5

(b)在很多局部区域显得更加光顺,更加合理,准确性更高。大量的彩色图像修补实验表明,对于大小为 10×10 的待修补区域平均耗时为 1.28 s。因篇幅有限,仅给出一幅去障碍物的修补示例图,如图 6(a)是一只被栅栏困住的鸚鵡图像,大小为 256×258 ,比较图 6(b)和图 6(c)中的蓝圈部分,可以看出本文方法在图像边缘处处理地更为合理,更符合人类视觉效果。

5 结 论

通过将相关扩散方程引入到图像修补中,并进行改进,将修补区域看成区域内部和边缘两部分,在区域内部的时候,扩散修补是各向同性且效率较高;在边缘处,扩散修补是各向异性且严格的沿着等灰度线的方向扩散,提高了图像修补效率和修补效果,解决了时间消耗大的问题;采用 Di Zenzo 矩阵自然地将改进的相关扩散方程应用到彩色图像修补中,保证了 3 个通道扩散方向的一致性,提高了彩色图像修补的准确性,解决了彩色图像修补效果不理想的问题。大量的实验结果证明了本文方法的有效性。



图 4 修补对比图

Fig. 4 Comparison of restoration of color image



图 5 去除文字效果图

Fig. 5 Removal of superimposed text



图 6 去除栅栏效果图

Fig. 6 Removal of superimposed stockade

参考文献 (References)

- 1 Bertalmio M, Sapiro G, Caselles V, *et al.* Image inpainting[A]. In: Proceedings of International Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques [C], New Orleans, Louisiana, USA, 2000: 417-424.
- 2 Bertalmio M. Strong-continuation, contrast-invariant inpainting with a third-order optimal PDE [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, **15**(7): 1934-1938.
- 3 Chan T F, Shen J H. Mathematical models for local non-texture inpainting[J]. SIAM Journal of Applied Mathematics, 2001, **62**(3): 1019-1043.
- 4 Xu Wei-wei, Pan Zhi-geng, Zhang Ming-min. Image inpainting based on total variational model[J]. Journal of Image and Graphics: A, 2002, **7**(4): 351-355. [许威威, 潘志庚, 张明敏. 一种基于整体变分的图像修补算法[J]. 中国图象图形学报(A版), 2002, **7**(4): 351-355.]
- 5 Shao Xiao-wei, Liu Zheng-kai, Song Bi. An adaptive image inpainting approach based on TV model[J]. Journal of Circuits and Systems, 2004, **9**(2): 113-117. [邵肖伟, 刘政凯, 宋璧. 一种基于 TV 模型的自适应图像修复算法[J]. 电路与系统学报, 2004, **9**(2): 113-117.]
- 6 Zheng Jing-ling, Wang Shu-gen. Image restoration using total variation approach [J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics, 2003, **15**(10): 1218-1223. [郑精灵, 王树根. 整体变分算法在图像修补中的应用研究[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, **15**(10): 1218-1223.]
- 7 Chan T F, Shen J. Non-texture inpainting by curvature driven diffusion (CDD) [J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2001, **12**(4): 436-449.
- 8 Weickert J. Coherence-enhancing diffusion of color images[J]. Image and Vision Computing, 1999, **17**(3): 201-212.
- 9 Di Zenzo S. A note on the gradient of a multi-image[J]. Computer Vision Graphics Image Processing, 1986, **33**(1): 116-125.